

Prof. dr hab. inż. Leonard Ziemiański
Katedra Mechaniki Konstrukcji
Wydział Budownictwa, Inżynierii Środowiska
i Architektury
Politechnika Rzeszowska

Rzeszów, 10.10.2025

OPINIA

o rozprawie doktorskiej mgr inż. Natalii Staszak, pt.
*„Homogenizacja i modelowanie konstytutywne wielowarstwowych
konstrukcji stosowanych w budownictwie”.*

1. Podstawa opracowania recenzji

Podstawę do oceny stanowi pismo Przewodniczącego Rady Naukowej Dyscypliny Inżynierii Mechanicznej prof. Krzysztofa Koszeli z dnia 26 czerwca 2025 roku dotyczące powierzenia mi przez Radę Naukową Dyscypliny Inżynierii Mechaniczna Uniwersytetu Przyrodniczego w Poznaniu wykonania niniejszej opinii.

2. Ogólna charakterystyka rozprawy doktorskiej

Podstawę merytoryczną stanowi dostarczona praca doktorska. Praca ta jest zbiorem sześciu opublikowanych i powiązanych ze sobą tematycznie artykułów naukowych, która została przygotowana pod kierunkiem Pana dr hab. inż. Tomasza Garbowskiego prof. UPP jako promotora oraz Pani dr hab. inż. Anny Szymczak-Graczyk prof. UPP jako promotora pomocniczego.

Forma pracy doktorskiej, stosunkowo rzadko jeszcze u nas stosowana, jest zgodna z art. 187, ust. 3 Ustawy z dnia 20 lipca 2018 roku : „Prawo o szkolnictwie Wyższym i Nauce” (Dz. Ustaw z 2018 r, poz. 1668 z późniejszymi zmianami).

Zbiór ten to następujące artykuły naukowe:

- I. Staszak N.**, Garbowski T., Szymczak-Graczyk A. (2021). *Solid Truss to Shell Numerical Homogenization of Prefabricated Composite Slabs*. **Materials**, 14(15), 4120.
- II. Staszak N.**, Garbowski T., Ksit B. (2022). *Application of the generalized nonlinear constitutive law in numerical analysis of hollow-core slabs*. **Archives of Civil Engineering**, 68(2), 125-145.
- III. Staszak N.**, Szymczak-Graczyk A., Garbowski, T. (2022). *Elastic Analysis of Three-Layer Concrete Slab Based on Numerical Homogenization with an Analytical Shear Correction Factor*. **Applied Sciences**, 12(19), 9918.
- IV. Staszak N.**, Garbowski T., & Ksit, B. (2023). *Optimal Design of Bubble Deck Concrete Slabs: Sensitivity Analysis and Numerical Homogenization*. **Materials**, 16(6), 2320.
- V. Gajewski T., Staszak N.**, & Garbowski T. (2023). *Optimal Design of Bubble Deck Concrete Slabs: Serviceability Limit State*. **Materials**, 16(14), 4897.
- VI. Garbowski T., Staszak N.**, Kostrzewski W., Szymczak-Graczyk A. (2025). *Numerical and Experimental Validation of Homogenization Techniques for Bubble Deck Slabs*. **Civil and Environmental Engineering Reports**, 35(1), 230-249.

W wymienionym zbiorze 6 artykułów, w 4 jest pierwszym autorem. Pani mgr inż. Natalia Staszak podaje dodatkowe informacje dotyczące tych 6 publikacji, mianowicie że : „Sumaryczna wartość Impact Factor (IF) wg Journal Citation Reports (JCR) wynosi 13.948. Natomiast łączna liczba punktów za wskazane publikacje, zgodnie z wykazem Ministerstwa Edukacji i Nauki (MEiN) wynosi 690 pkt”.

Uzupełnieniem wymienionych publikacji jest Autoreferat, w którym Doktorantka przedstawiła przedmiot rozprawy, problematykę badawczą, główne cele rozprawy, streściła poszczególne artykuły, a także zawarła podsumowanie oraz wnioski końcowe. Do pracy zostały dołączone wymienione wyżej publikacje.

W opiniowanej pracy pt. „*Homogenizacja i modelowanie konstytutywne wielowarstwowych konstrukcji stosowanych w budownictwie*” mgr inż. Natalia Staszak (dalej nazywana Autorem) zajmuje się ciekawym i aktualnym problemem homogenizacji konstrukcji wielowarstwowych (zgodnie tytułem, chociaż bardziej oddającym treść pracy byłby przymiotnik „periodyczny”). W pracy skupiono się głównie na rozwoju i praktycznym zastosowaniu zaawansowanych metod numerycznych w analizie wielowarstwowych konstrukcji inżynierskich. Jak podaje Doktorantka, cyt.: „Punktem wyjścia jest metoda homogenizacji oparta na zasadzie równoważności energii odkształcenia między uproszczonym jednowarstwowym modelem zastępczym a pełnym, trójwymiarowym modelem RVE, z jednoczesnym

zachowaniem wysokiej dokładności obliczeń”. Kolejnym celem było opracowanie metodyki, która pozwala uprościć złożone obliczenia warstwowych konstrukcji inżynierskich bez utraty dokładności wyników oraz zminimalizować czas i zasoby niezbędne do analizy numerycznej. Autorka podjęła trudny temat, który wymaga starannego przygotowania z dziedziny zastosowania metod obliczeniowych i symulacji numerycznych. Ważność tematu którym zajął się Autor wynika z obszaru potencjalnego zastosowania wyników w badaniach naukowych oraz w analizie i projektowaniu konstrukcji. Tak więc wybór tematu jak i zakres opiniowanej pracy należy uznać za aktualny i w pełni uzasadniony.

Podejmowane zadanie precyzujące cel, zakres oraz metodykę rozwiązania problemu przedstawione w pracy jest sformułowane jasno i poprawnie.

Zrealizowany przez Panią mgr inż. Natalię Staszak szeroki zakres prac naukowo-badawczych, został opisany w czterech rozdziałach Autoreferatu oraz szczegółowo przedstawiony w sześciu publikacjach naukowych, tworzących zasadniczą zawartość rozprawy.

Poniżej przedstawiono zakres tematyczny artykułów naukowych.

I. **Staszak N.**, Garbowski T., Szymczak-Graczyk A. (2021). *Solid Truss to Shell Numerical Homogenization of Prefabricated Composite Slabs*. **Materials**, 14(15), 4120.

Artykuł przedstawia metodę numerycznej homogenizacji struktury kompozytowej płyty prefabrykowanej ze zbrojeniem w postaci stalowej kratownicy, która umożliwia uproszczenie pełnego modelu 3D do równoważnej powłoki jednowarstwowej. Badanie koncentruje się na zastosowaniu zasady równoważności energii odkształcenia w celu sformułowania macierzy sztywności panelu homogenizowanego (macierz ABD + ścinanie poprzeczne) oraz wyznaczenia materiałowych parametrów ortotropowych. W pracy zaproponowano porównanie między referencyjnym modelem FE 3D z elementami bryłowymi i kratownicowymi a uproszczonym modelem powłokowym, w tym analizę wyników ugięć, przemieszczeń i porównanie czasów obliczeń. W artykule przeanalizowano możliwości i ograniczeń metody homogenizacji, wskazując że model uproszczony pozwala na szybkie obliczenia inżynierskie przy zachowaniu zadowalającej dokładności.

II. **Staszak N.**, Garbowski T., Ksit B. (2022). *Application of the generalized nonlinear constitutive law in numerical analysis of hollow-core slabs*. **Archives of Civil Engineering**, 68(2), 125–145.

Praca koncentruje się na numerycznej analizie prefabrykowanych stropów kanałowych (hollow-core slabs) stosując liniową wersję metody elementów

skończonych rozszerzoną o nieliniowe prawo konstytutywne. Autorzy proponują algorytm, który dekomponuje standardową procedurę analizy liniowej MES i przeprowadza algebraiczną analizę przekroju płyty w różnych stanach odkształcenia w celu uwzględnienia degradacji sztywności materiału w wyniku zachowania nieliniowego. W pracy dokonano porównania wyników uproszczonego modelu GNCL z pełnym trójwymiarowym modelem MES w zakresie przemieszczeń, sztywności i czasu obliczeń dla różnych przekrojów stropów. Końcowa dyskusja wskazuje ograniczenia i perspektywy metody.

III. **Staszak N.**, Szymczak-Graczyk A., Garbowski, T. (2022). *Elastic Analysis of Three-Layer Concrete Slab Based on Numerical Homogenization with an Analytical Shear Correction Factor*. **Applied Sciences**, 12(19), 9918.

Praca przedstawia analizę sprężystej płyty trójwarstwowej (betonowej), której warstwy mają odrębne właściwości materiałowe, przy zastosowaniu metody numerycznej homogenizacji w celu zastąpienia modelu wielowarstwowego przez ekwiwalent jednorodny. Autorzy wprowadzają analityczny współczynnik korekcyjny dla ścinania przekroju („shear correction factor”), który poprawia dokładność uproszczonego modelu względem pełnych analiz numerycznych. Przeprowadzono porównanie pomiędzy modelem homogenizowanym a modelem odniesienia (pełny model MES) — uwzględniając przemieszczenia, momenty zginające i siły poprzeczne.

IV. **Staszak N.**, Garbowski T., & Ksit, B. (2023). *Optimal Design of Bubble Deck Concrete Slabs: Sensitivity Analysis and Numerical Homogenization*. **Materials**, 16(6), 2320.

Praca koncentruje się na projektowaniu płyt typu „bubble deck” — prefabrykowanych płyt żelbetowych z wbudowanymi pustkami — z uwzględnieniem redukcji masy płyty przy zachowaniu odpowiedniej sztywności i nośności płyty. Autorzy przeprowadzili analizę wrażliwości najważniejszych parametrów geometrycznych i materiałowych (takich jak wysokość płyty, średnica i rozstaw pustek, klasa betonu, zbrojenie) na właściwości sztywnościowe oraz ciężar konstrukcji. W pracy zastosowano metodę numerycznej homogenizacji, dzięki której skomplikowana struktura płyty z pustkami została zastąpiona równoważnym modelem uogólnionym, umożliwiającym wydajniejsze analizy przy zachowaniu akceptowalnej dokładności. Wyniki badań wykazały, że największy wpływ na nośność i sztywność panelu miały parametry geometryczne — wysokość płyty oraz kształt i układ pustek — natomiast klasa betonu oraz ilość i typ zbrojenia miały względnie mniejszy wpływ.

V. Gajewski T., **Staszak N.**, & Garbowski T. (2023). *Optimal Design of Bubble Deck Concrete Slabs: Serviceability Limit State*. **Materials**, 16(14), 4897.

W pracy przedstawiono optymalizację prefabrykowanych płyt typu „bubble-deck”, koncentrując się na warunku użytkowości konstrukcji („Stan Graniczny Użytkowości - SGU”) w kontekście minimalizacji zużycia betonu przy zachowaniu dopuszczalnego ugięcia. Wykorzystano metodę numerycznej homogenizacji w celu wyznaczenia efektywnych właściwości sztywności tych płyt, co umożliwiło uproszczone modelowanie globalne zamiast pełnego modelu trójwymiarowego. W procesie optymalizacji uwzględniono parametry geometryczne konstrukcji — takie jak wysokość płyty, średnica i rozmieszczenie pustek — oraz ich wpływ na ugięcia i ciężar konstrukcji pod typowym obciążeniem użytkowym.

VI. Garbowski T., **Staszak N.**, Kostrzewski W., Szymczak-Graczyk A. (2025).

Numerical and Experimental Validation of Homogenization Techniques for Bubble Deck Slabs. **Civil and Environmental Engineering Reports**, 35(1), 230-249.

Praca dotyczy parametrycznej walidacji dwóch technik homogenizacji – numerycznej homogenizacji oraz homogenizacji bazującej na całkowaniu przestrzennym właściwości materiałów – zastosowanych do płyt typu „Bubble Deck”. Przeprowadzono badania eksperymentalne na modelu płyty z pustkami (Ø40 mm, rozstaw 60 mm), poddanym obciążeniu własnemu i liniowemu wzdłuż przęsła, oraz pomierzono ugięcia i przemieszczenia a następnie porównano je z wynikami modeli uproszczonych, celem oceny dokładności i efektywności uproszczeń. Analiza uwzględniała wpływ uproszczeń homogenizacyjnych na czas obliczeń i możliwość zastosowania w praktyce inżynierskiej, przy jednoczesnym zachowaniu akceptowalnych błędów w obliczeniach konstrukcji. Artykuł kończy się omówieniem ograniczeń zastosowanych metod homogenizacji oraz przybliżeniem potencjalnych kierunków dalszych badań w kontekście prefabrykowanych płyt z pustkami w budownictwie.

Doktorantka przedstawiła zbiór publikacji poprzedziła, liczącą 42 strony, częścią wstępną, stanowiącą syntetyczne ujęcie treści poszczególnych artykułów, będących podstawą dysertacji. W tej części przedstawione zostały :

- i) Wstęp
- ii) Problem badawczy, zakres pracy i hipotezy badawcze,
- iii) Charakterystyka uzyskanych wyników w sześciu artykułach tworzących cykl publikacji,
- iv) Wnioski i podsumowanie.
- v) Bibliografia

3. Merytoryczna ocena rozprawy

Ponieważ, jak wcześniej napisałem, rozprawa doktorska mgr inż. Natalii Staszak, na formę formalnie dopuszczalną ale dość rzadko stosowaną, to trzeba jednoznacznie rozstrzygnąć, czy przedstawiony zbiór sześciu publikacji, których współautorką jest Pani Natalia Staszak, stanowi zbiór spójny pod względem tematycznym, tworzącym zwartą całość. W mojej opinii, co stwierdzam bez żadnych wątpliwości, tak jest. Zbiór ten obejmuje 6 publikacji anglojęzycznych. Dokładne i kompletne dane bibliograficzne wymienionych publikacji zamieszczone są w rozprawie Doktorantki. W publikacjach współautorskich określony został przez Doktorantkę, na czym polegał jej oryginalny wkład w ich powstanie. Zostało to podane w oświadczeniach o współautorstwie Doktorantki i wszystkich współautorów, a ponadto jest to zawarte bezpośrednio w tzw. „Author Contributions” w 4 publikacjach (3 x Materials i 1 x w Applied Sciences). Warto podkreślić, że wszystkie artykuły ukazały się w ciągu ostatnich 5 lat, są więc najnowszym dorobkiem badawczym Doktorantki.

Uważam, że cel pracy postawiony przez Autora został osiągnięty, że użyte w pracy metody obliczeniowe są poprawne i świadczą o przygotowaniu Autora do samodzielnej pracy naukowej w dziedzinie mechaniki i metod obliczeniowych konstrukcji. Uważam ponadto, że przedstawiona praca (mimo pewnych błędów i nieprecyzyjności o których będę pisał później), w sposób jasny i klarowny omawia analizowane zagadnienia, gdzie Autor wykazał dojrzałość badawczą i odpowiednie przygotowanie do prowadzenia badań naukowych.

Przejdę teraz do krótkiego omówienia poszczególnych części rozprawy.

Problem badawczy, cel, zakres pracy i hipotezy badawcze.

Problemem badawczym podejmowanym w pracy jest opracowanie skutecznych metod uproszczenia analizy i projektowania złożonych konstrukcji wielowarstwowych, zarówno pod względem geometrii, jak i materiałów. Punktem wyjścia było zastosowanie homogenizacji czyli „uśredniania” zachowania złożonej struktury w taki sposób, aby w analizie makroskopowej można ją było traktować jako jednorodny materiał o ekwiwalentnych właściwościach mechanicznych (wykorzystując zasadę równoważności energii odkształcenia). Jak podano w wstępie cyt. : „Celem pracy doktorskiej było opracowanie metody umożliwiającej uproszczenie analiz wielowarstwowych konstrukcji inżynierskich poprzez zastąpienie ich jednorodnym modelem o równoważnych parametrach, z zachowaniem wysokiej dokładności obliczeń oraz istotnego skrócenia czasu analizy numerycznej”. Natomiast zakres pracy podany został w sposób następujący:

- analizę literatury dotyczącej konstrukcji wielowarstwowych, metod homogenizacji oraz optymalizacji, a także zastosowanie MES w budownictwie,

- rozwinięcie metody homogenizacji opartej na równoważności energii odkształcenia i zastosowanie jej do złożonych konstrukcji zawierających elementy bryłowe i kratowe,
- implementację metody GNCL,
- walidację zaproponowanej metody homogenizacji w odniesieniu do pełnych modeli 3D oraz danych eksperymentalnych,
- opracowanie algorytmu automatycznej optymalizacji wielowarstwowych płyt prefabrykowanych,
- praktyczne zastosowanie proponowanych metod do analizy konstrukcji inżynierskich.

W mojej ocenie zakres pracy został zrealizowany w pełni.

W pracy sformułowano następujące hipotezy badawcze

1. Zastosowanie metody homogenizacji numerycznej do obliczeń wielowarstwowych konstrukcji inżynierskich przyczyni się do efektywnego modelowania, umożliwiając jednocześnie precyzyjną analizę wytrzymałościową i optymalizację parametrów konstrukcji.
2. Uwzględnienie wpływu poszczególnych warstw, ich parametrów materiałowych jak również niedoskonałości konstrukcji inżynierskich pozwoli na dokładniejsze określenie ich wytrzymałości.

Pierwsza hipoteza jest jak najbardziej uprawniona i została wykazana w pracy, to druga hipoteza wydaje się być oczywistą.

4. Komentarze, uwagi do pracy i pytania

Niżej podaję tylko wybrane uwagi i niektóre pytania.

1. Pytanie odnoszące się do praktycznie wszystkich prac, dotyczy naprężeń. Z punktu widzenia projektowania, podstawowa zmienna projektowa to naprężenia fizyczne. Czy i w jaki sposób można określić naprężenia przedstawionym podejściem, albo jak można ominąć ograniczenia metody w tym zakresie ? W pracy [VI] z 2025, Autorzy piszą wprost cyt. „... the simplified ABDR model, despite its inability to provide local stress and strain distributions ...”.
2. dotyczy [I]. W pracy przyjęto warunki brzegowe w postaci swobodnego podparcia na krótszych krawędziach. Tak zdefiniowane warunki brzegowe wymuszają zginanie walcowe, co powoduje brak krzywizny w drugim kierunku i brak skręcania (Momentu skręcającego), de facto prowadzi to nas do modelu pasmowego, belkowego. W jaki sposób wprowadzenie warunków brzegowych na pozostałych krawędziach wpłynie na proponowane rozwiązanie, na parametry homogenizacji. Czy efektywne macierze sztywności ABD się zmieniają ?

3. dotyczy [II]. Niezbyt jasny jest dla mnie opis w punkcie 3.2. Cyt. „Celem było porównanie skuteczności metody GNCL z tradycyjnymi podejściami opartymi na liniowych modelach materiałowych, takimi jak klasyczne metody elementów skończonych. Analiza wyników wykazała, że zastosowanie metody GNCL pozwoliło na uzyskanie bardziej dokładnych rezultatów niż tradycyjne metody, zwłaszcza w przypadku występowania nieliniowych efektów materiałowych”. Jeżeli porównujemy podejście liniowe z nieliniowym dla materiałów opisanych nieliniowymi związkami konstytutywnymi to odpowiedź jest oczywista. Chyba, że źle odczytałem ten fragment, dlatego proszę o komentarz.

4. dotyczy [III]. Proszę o wyjaśnienie następującego wniosku ; odnoszę się do opisu pkt. 3.3, cyt. „Natomiast model uproszczony z kompozytowymi warstwami, w którym nie uwzględniono korekcy ścinania pokazał znacznie zawyżone ugięcie wynoszące 17.43 mm. Oznacza to, że brak korekty ścinania powodował około 70% wyższe przemieszczenia względem pełnego modelu 3D”. W pewnym sensie jest to dla mnie zaskoczenie, z reguły korekcja ścinania zwiększa ugięcie (przynajmniej tak to wynika z porównania ugięcia płyty stosując modele płyt Kirchhoffa-Love’a i Mindlina-Reissnera), dlatego proszę o wyjaśnienie.

5. dotyczy [IV]. Praca to dotyczy analizy wrażliwości w stropach typu Bubble Deck. Doktorantka podaje, cyt. „Zaproponowany algorytm optymalizacji pozwala na szybkie i efektywne projektowanie tego typu konstrukcji ...”. Niestety nie znalazłem w tym artykule nowego, zaproponowanego algorytmu optymalizacji. Są tam tylko wytyczne wynikające z analizy wrażliwości. Optymalizacja występuje w pracy [V].

6. dotyczy [V]. Właśnie optymalizacja. Proszę o komentarz dotyczący konstrukcji funkcji celu, zwłaszcza doboru parametru skalującego, w kontekście ugięć w [mm].

7. dotyczy [VI]. Mój komentarz. Uważam, że ta praca jest podsumowaniem całego dorobku. Coś co mnie niezwykle cieszy to część eksperymentalna, potwierdzająca rezultaty dociekań analitycznych i numerycznych. Dzięki tej pracy, można stwierdzić, że cykl publikacji składający się na rozpatrywaną dysertację jest pełny. Prosiłbym o jeden komentarz. Zastanawiam mnie wyniki przedstawione na wykresie Fig. 6 oraz w tabel 3. Dlaczego sztywność GA rośnie wraz z wzrostem stopni swobody ?

W pracy dostrzegłem kilka drobnych błędów, których, ze względu na znikome ich znaczenie, nie podnoszę w recenzji. Jednak chciałbym zwrócić uwagę na błędy językowe, które niestety są w przedstawionej części wstępnej. Np. na stronie 13 mamy „porycia dachu”, na str. 19 z kolei „Zakres pracy obejmował obejmuje zagadnienia ...”, str. 30 „Co istotne, dzięki zastosowanej złożona struktura płyty Bubble Deck została rozważona ...”, str. 31 „... oraz zbrojenie oddano szczegółowej analizie ...”, str. 34. „Dzięki uzyskanym wyników możliwe jest ...”.

5. Wnioski końcowe

Przedstawione wyżej uwagi szczegółowe nie umniejszają merytorycznej wartości pracy. Pragnę sformułować kilka wniosków ogólnych.

Po zapoznaniu się z rozprawą doktorską mgr inż. Natalii Staszak zatytułowaną „*Homogenizacja i modelowanie konstytutywne wielowarstwowych konstrukcji stosowanych w budownictwie*”, która powstała na Uniwersytecie Przyrodniczym w Poznaniu pod kierunkiem profesorów Tomasza Garbowskiego i Anny Szymczak-Graczyk, stwierdzam, że w pracy tej Autorka przedstawiła oryginalne rozwiązanie problemu naukowego, wykazując się wiedzą teoretyczną i praktyczną z zakresu komputerowego modelowania, zaawansowanej analizy konstrukcji i stosowania metod optymalizacyjnych.

Stwierdzam więc, że w/w rozprawa spełnia warunki merytoryczne i formalne stawiane dysertacjom doktorskim przez Ustawę.

Stwierdzam ponadto, że :

1. rozprawa (w postaci cyklu publikacji) napisana jest poprawnie, kontynuowane jest logiczne rozwinięcie tezy i celu pracy,
2. Doktorantka wykazała szeroką wiedzę w zakresie metod numerycznych oraz zastosowała ją do zagadnień projektowania i optymalizacji konstrukcji w sposób efektywny,
3. rozprawa zawiera części oryginalne,
4. cele pracy oraz zadania wynikające z tezy zostały zrealizowane, wskazane zostały także obszary dalszych badań.

Przedstawiony w rozprawie problem naukowy mieści się w nurcie aktualnej tematyki badawczej dyscypliny inżynieria mechaniczna oraz ma walory nowoczesnych analiz i badań. Autorka rozpoznała aktualny stan wiedzy w tematyce objętej rozprawą, sformułowała problem badawczy oraz wykazała się umiejętnością prowadzenia samodzielnych badań.

Opierając się na powyższych wnioskach stwierdzam, że przedstawiona do recenzji praca mgr inż. Natalii Staszak, stanowi twórczy wkład do nauki w dyscyplinie inżynieria mechaniczna oraz spełnia wszystkie warunki stawiane rozprawom doktorskim przez aktualnie obowiązujące przepisy i wnioskuję o dopuszczenie Kandydatki do publicznej obrony rozprawy doktorskiej.

Leoni ofi